

# Dimensionamento de vigas sob flexão

---

PROF.<sup>a</sup> MSC. PATRÍCIA ANDRADE

# Perfis mais utilizados para vigas sob flexão simples

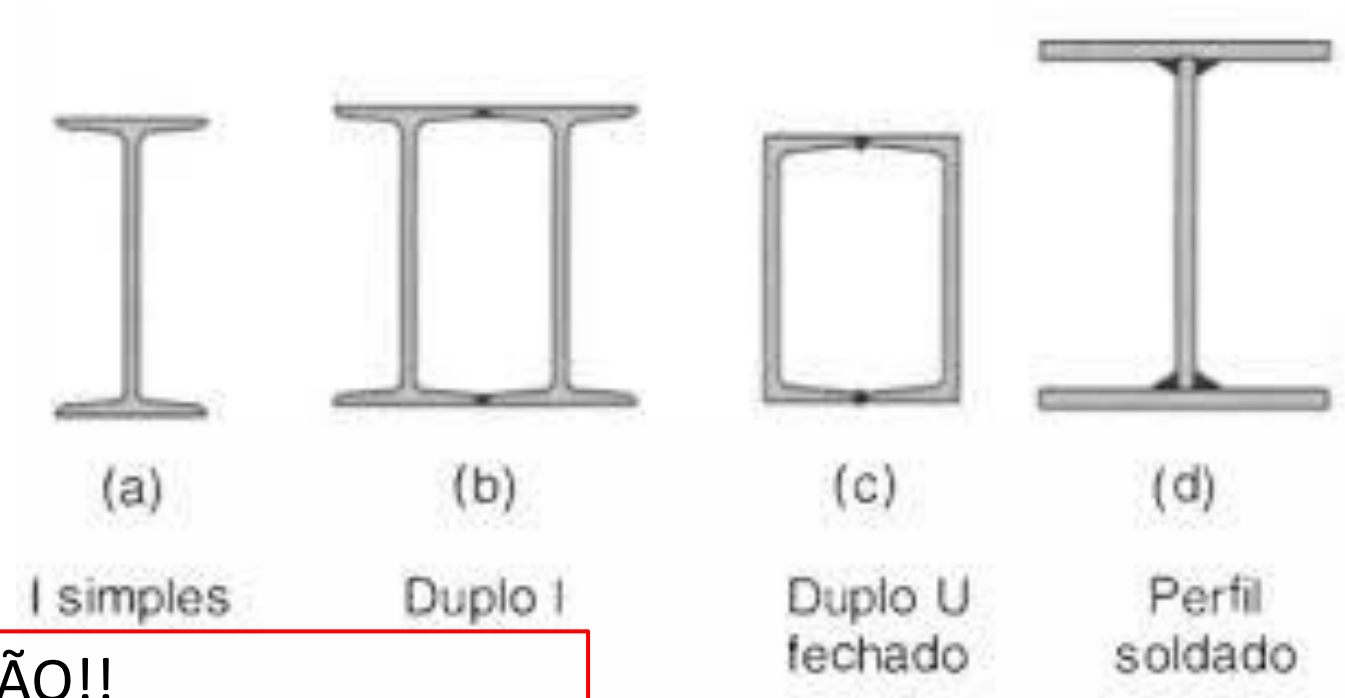
---

Os tipos de seções transversais mais adequados para o trabalho à flexão são aqueles com maior inércia no plano da flexão, ou seja, áreas mais afastadas do eixo neutro.

Ideal concentrar áreas em duas chapas, uma inferior e uma superior, ligando-as por uma chapa fina.

As vigas com muita área próxima ao eixo neutro, como peças maciças de seção quadrada ou circular, trabalham com menor eficiência na flexão. Ou seja, para o mesmo peso da viga, têm menor capacidade de carga.

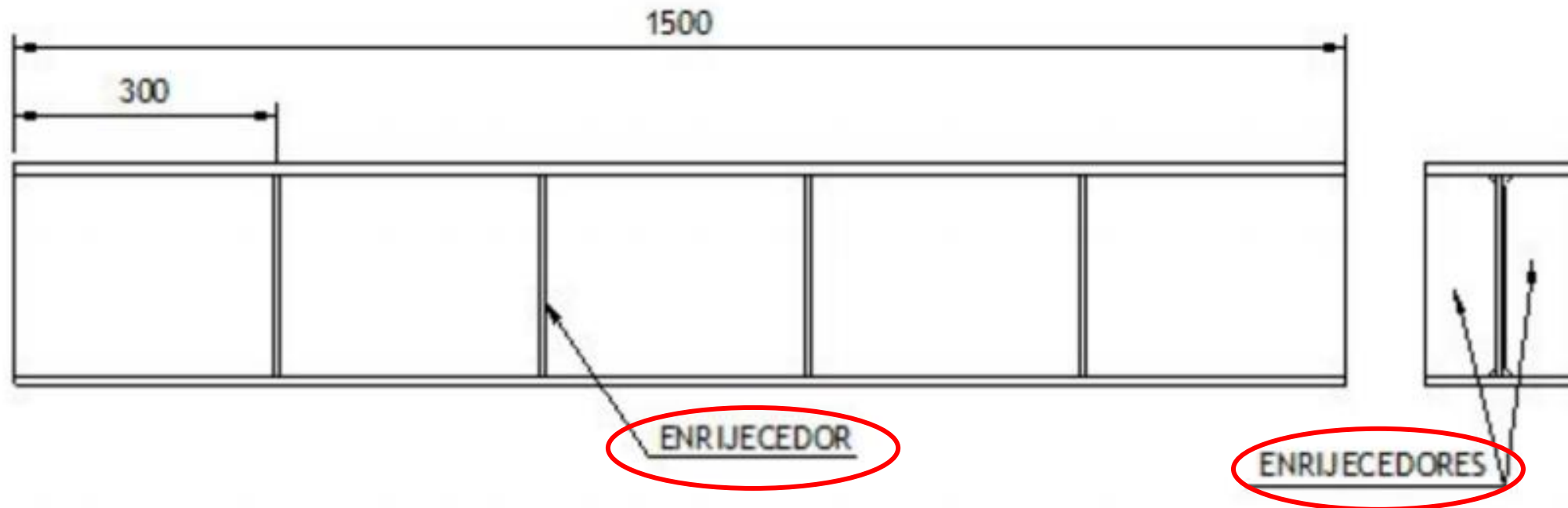
# Perfis mais utilizados para vigas sob flexão simples



**ATENÇÃO!!**  
Os perfis devem obedecer às limitações de flambagem.

---

Algumas situações exigem o emprego de enrijecedores transversais para evitar a flambagem local de alma





# Por que é importante dimensionar vigas metálicas sob flexão simples corretamente?

---

para evitar a formação de rugas devido aos efeitos indesejáveis como

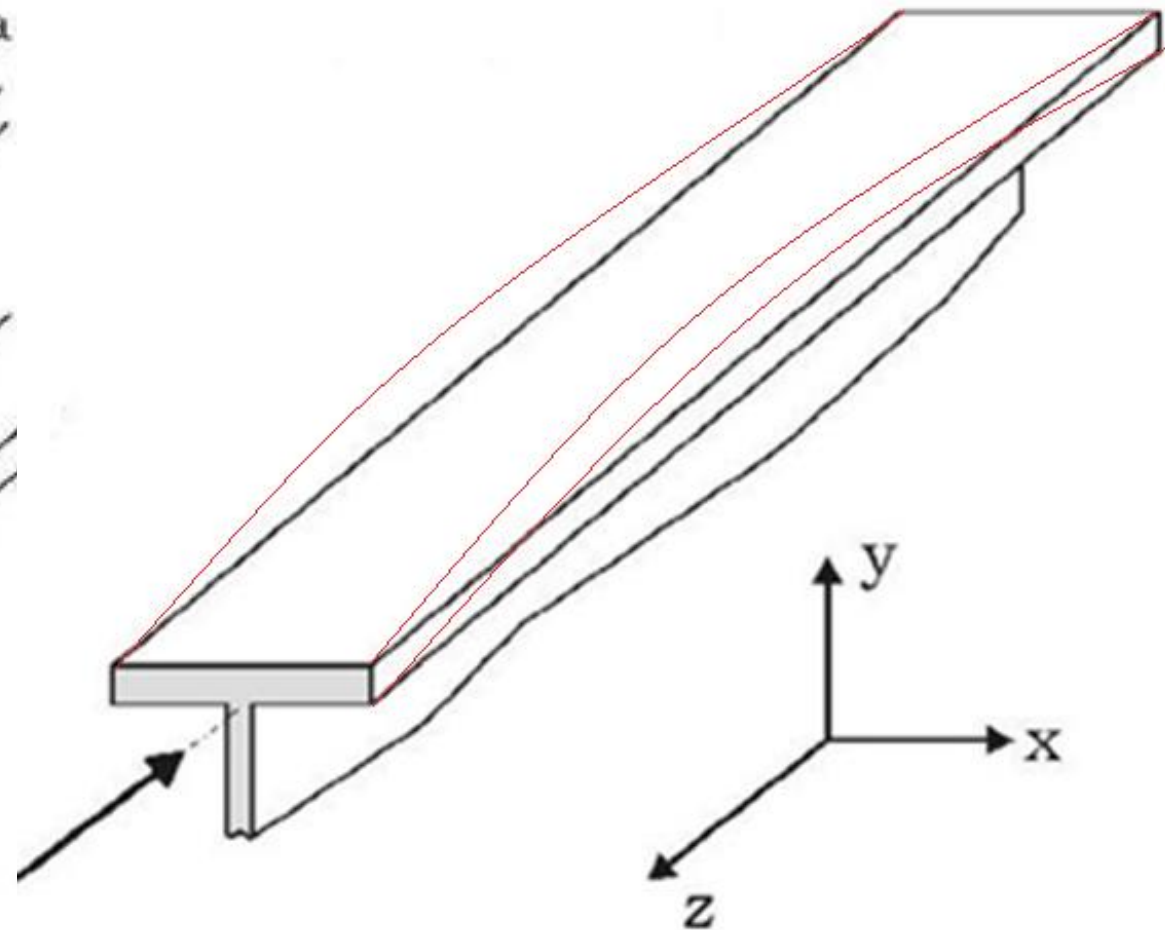
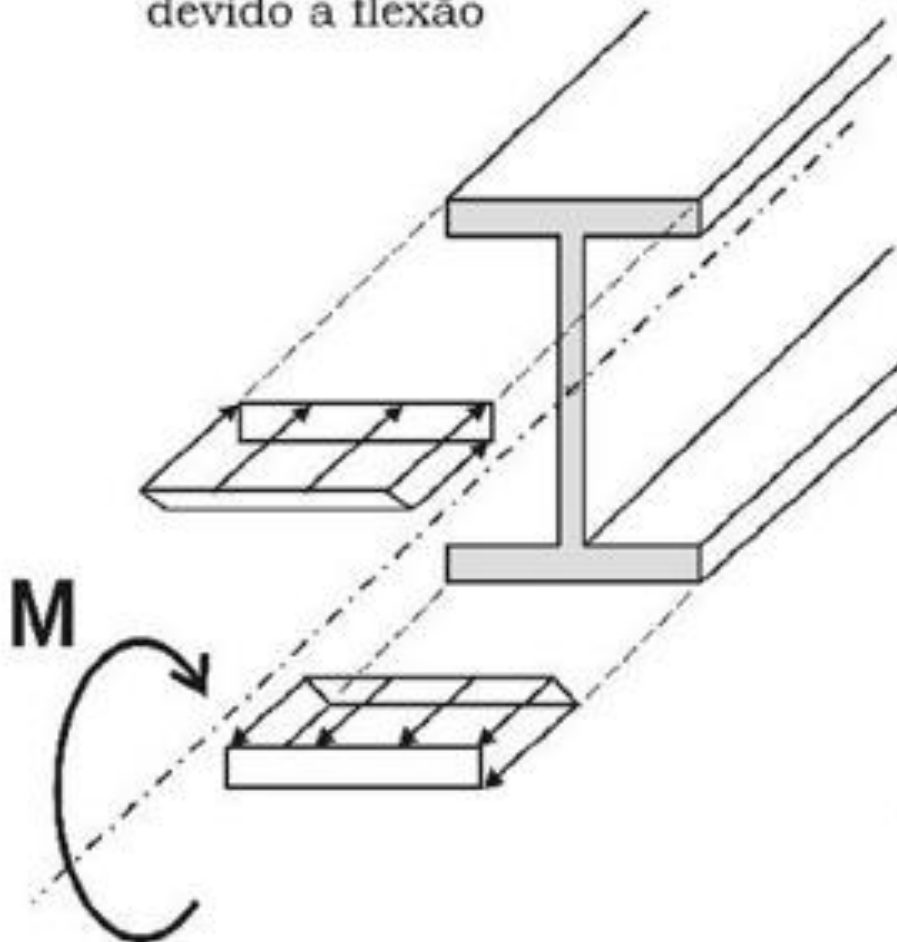
Trincamento em lajes;

Trincamento em painéis wall, solta de parafusos de estruturas em painéis wall

# Flexão simples

A região sob compressão  
sofre os efeitos da flambagem

Distribuição de tensões na mesa  
devido a flexão



# NBR 8800

---

- *Item 5.4* – Barras prismáticas submetidas a momento fletor e força cortante

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \leq 1,5 \frac{W \cdot f_y}{\gamma_{a1}}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd}$$

$M_{Sd}, V_{Sd}$ : momento fletor e força cortante solicitante de cálculo;

$M_{Rd}, V_{Rd}$ : momento fletor e força cortante resistente de cálculo;

**Anexos G e H**

# Tipos de flambagem que podem ocorrer em vigas de aço sob flexão simples

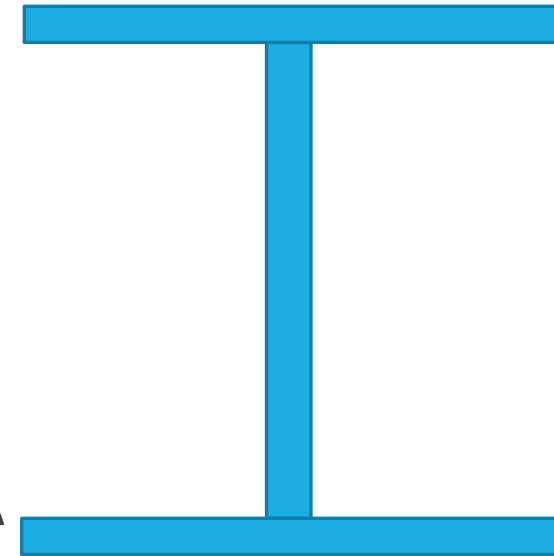
---

**Flambagem local de mesa – FLM:** Ocorre somente na mesa

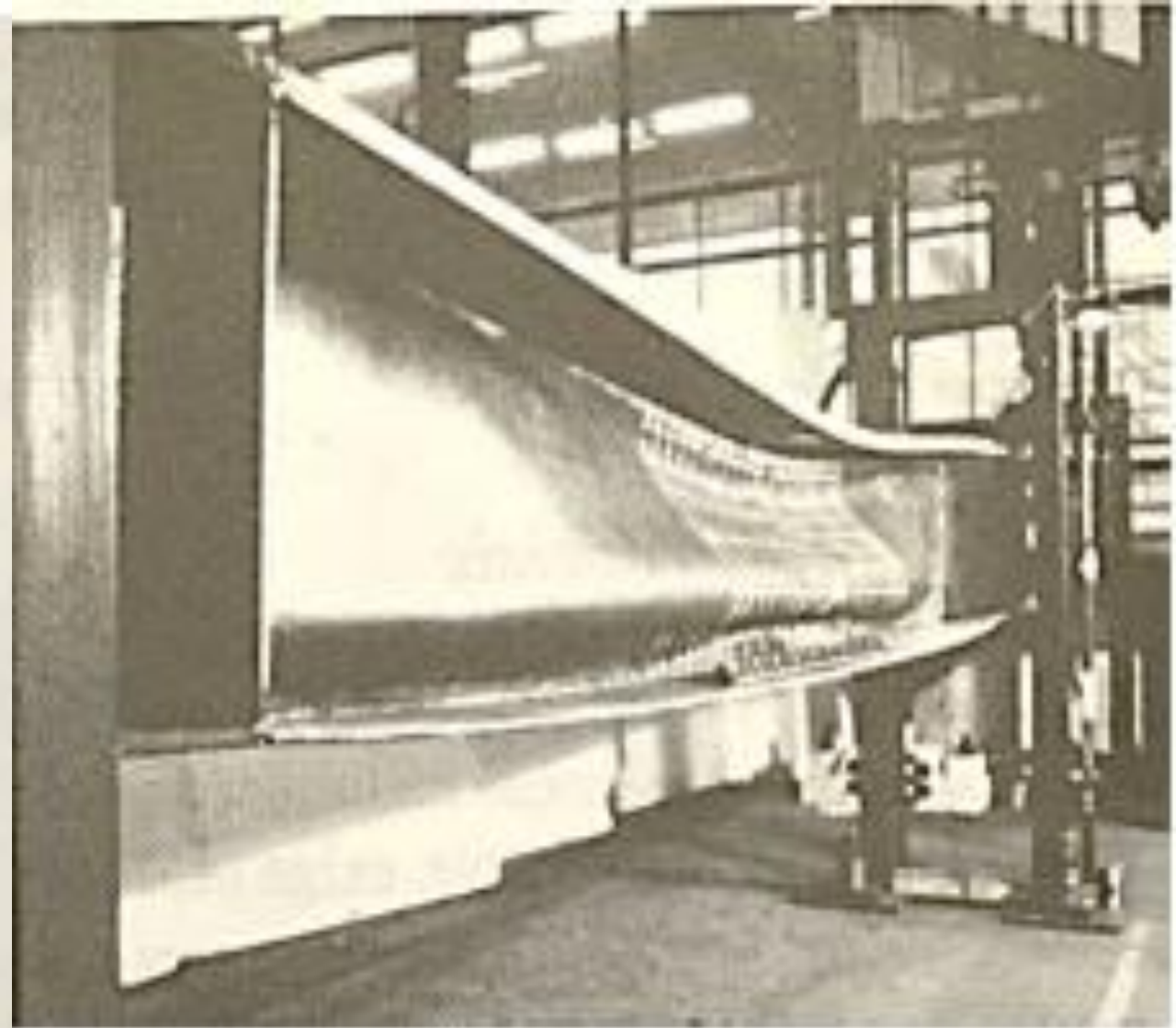
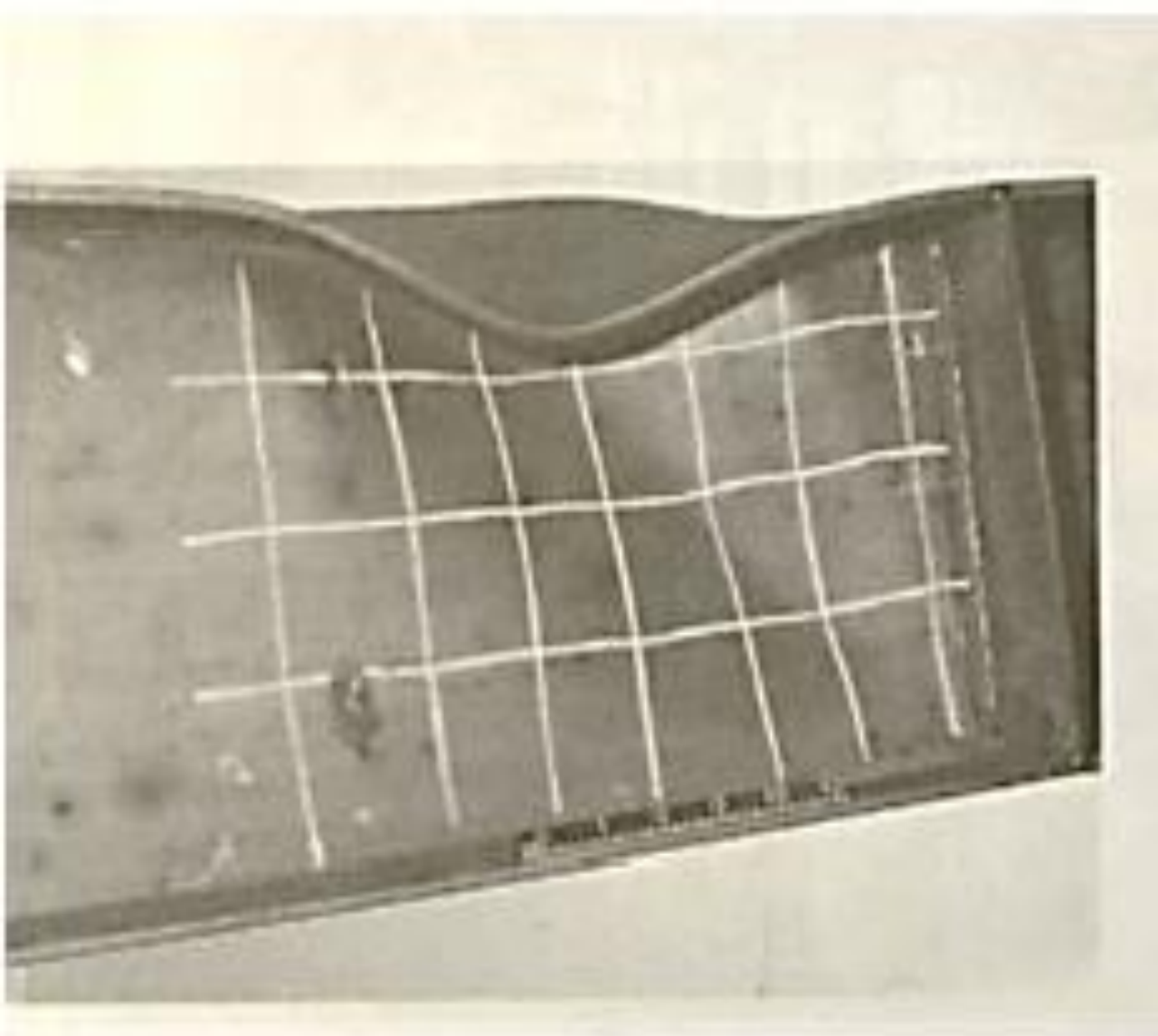
**Flambagem local de alma – FLA:** Ocorre somente na alma

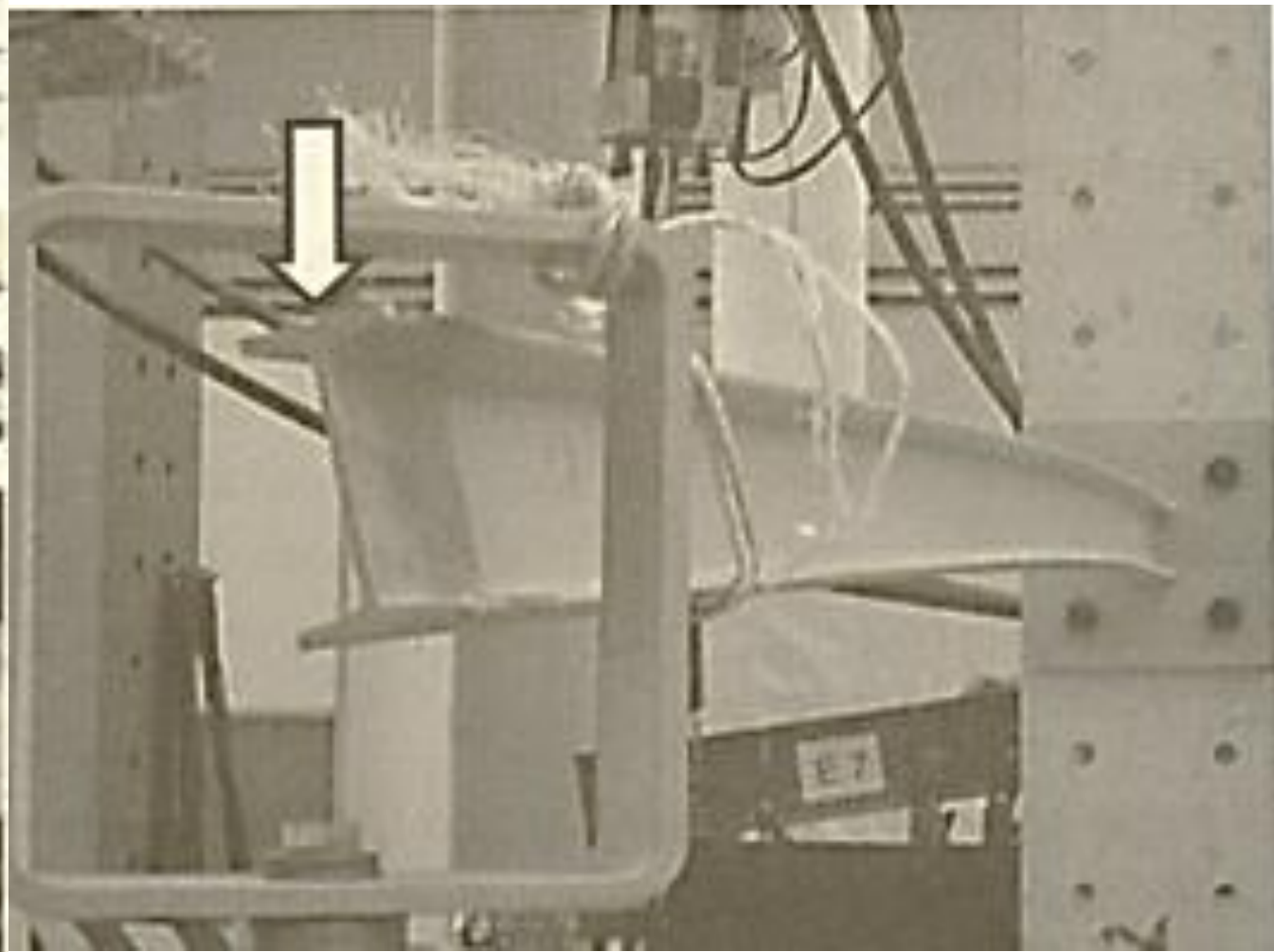
**Flambagem lateral com torção – FLT:** ocorre em toda a viga  
(movimento de corpo rígido)

**Dessa forma, DEVE-SE VERIFICAR O MOMENTO RESISTENTE A CADA TIPO DE FLAMBAGEM QUE PODE OCORRER EM UMA VIGA DE AÇO**

















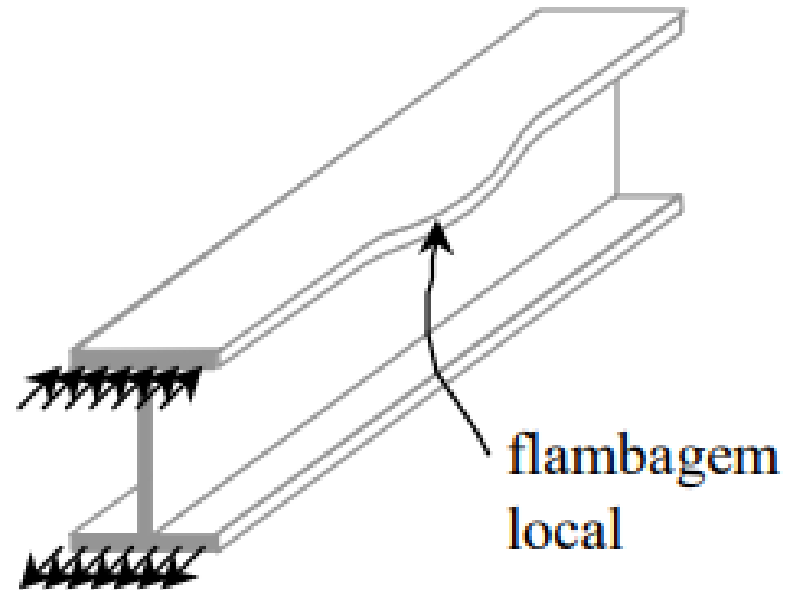
# Casos flambagem em vigas I sob flexão simples

---

## Flambagem local da mesa

Caracterizada pela “formação de rugas” na mesa do perfil

$$\lambda = \frac{b_f}{2.t_f}$$

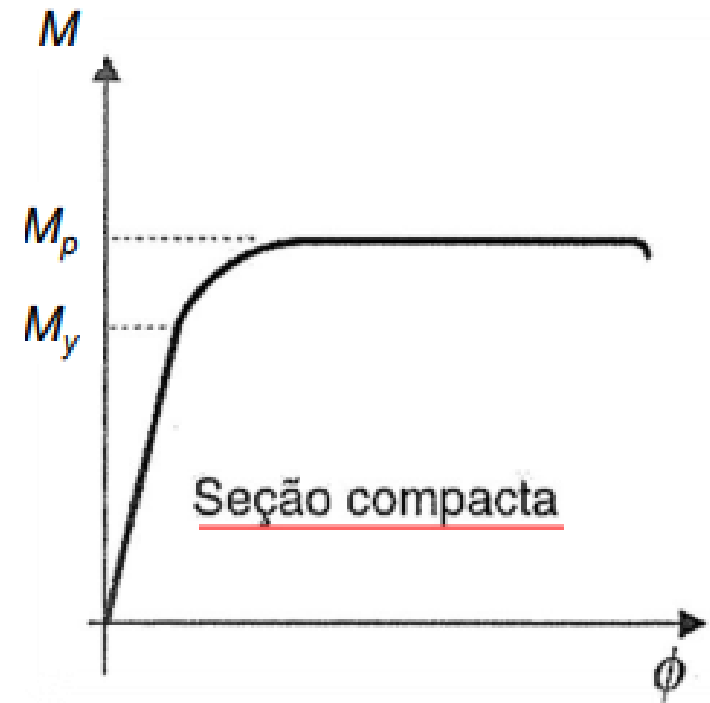


# Flambagem local de mesa

Compacta  
( $\lambda \leq \lambda_p$ )

Semicompacta  
( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ )

Esbelta  
( $\lambda > \lambda_r$ )



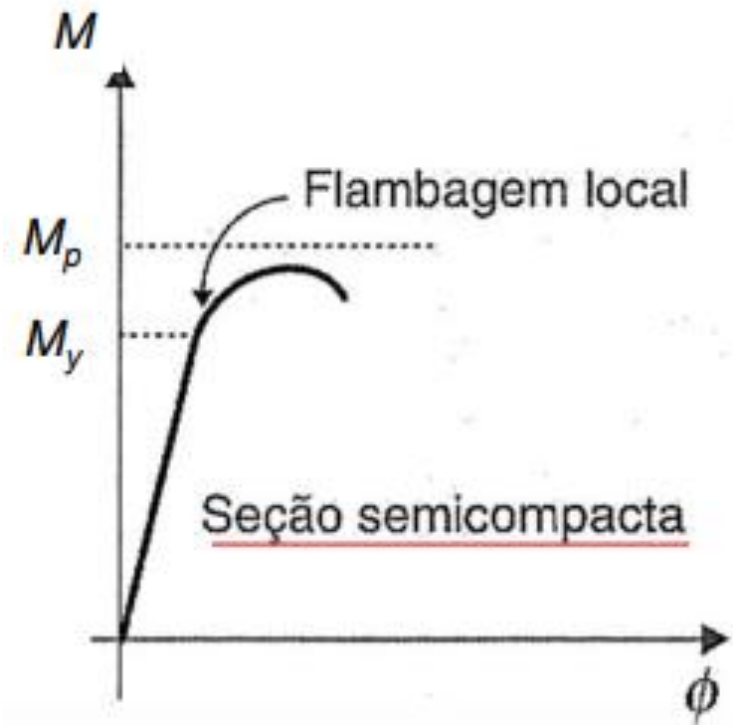
$$\lambda \leq \lambda_p$$

# Flambagem local de mesa

Compacta  
( $\lambda \leq \lambda_p$ )

Semicompacta  
( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ )

Esbelta  
( $\lambda > \lambda_r$ )



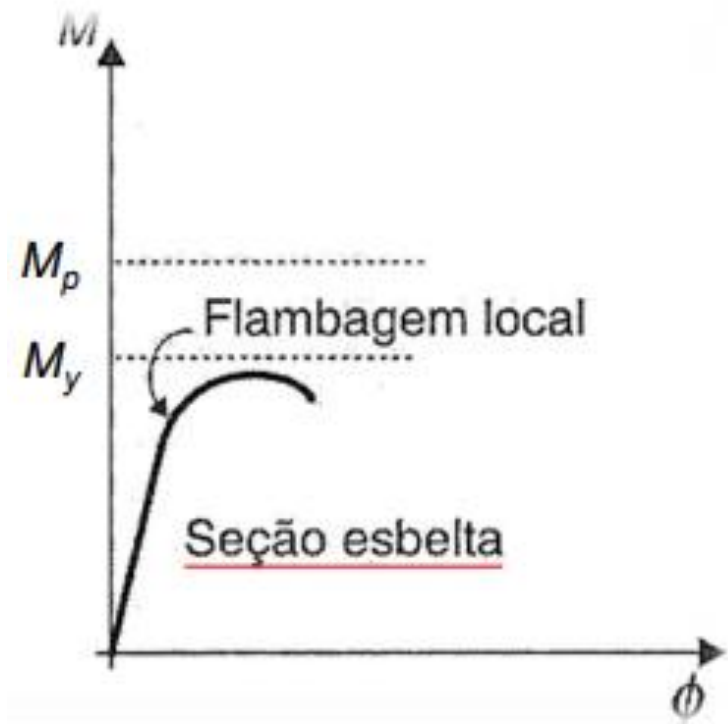
$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

# Flambagem local de mesa

Compacta  
( $\lambda \leq \lambda_p$ )

Semicompacta  
( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ )

Esbelta  
( $\lambda > \lambda_r$ )



$$\lambda > \lambda_r$$

# Mesa compacta

Quando  $\lambda \leq \lambda_p$

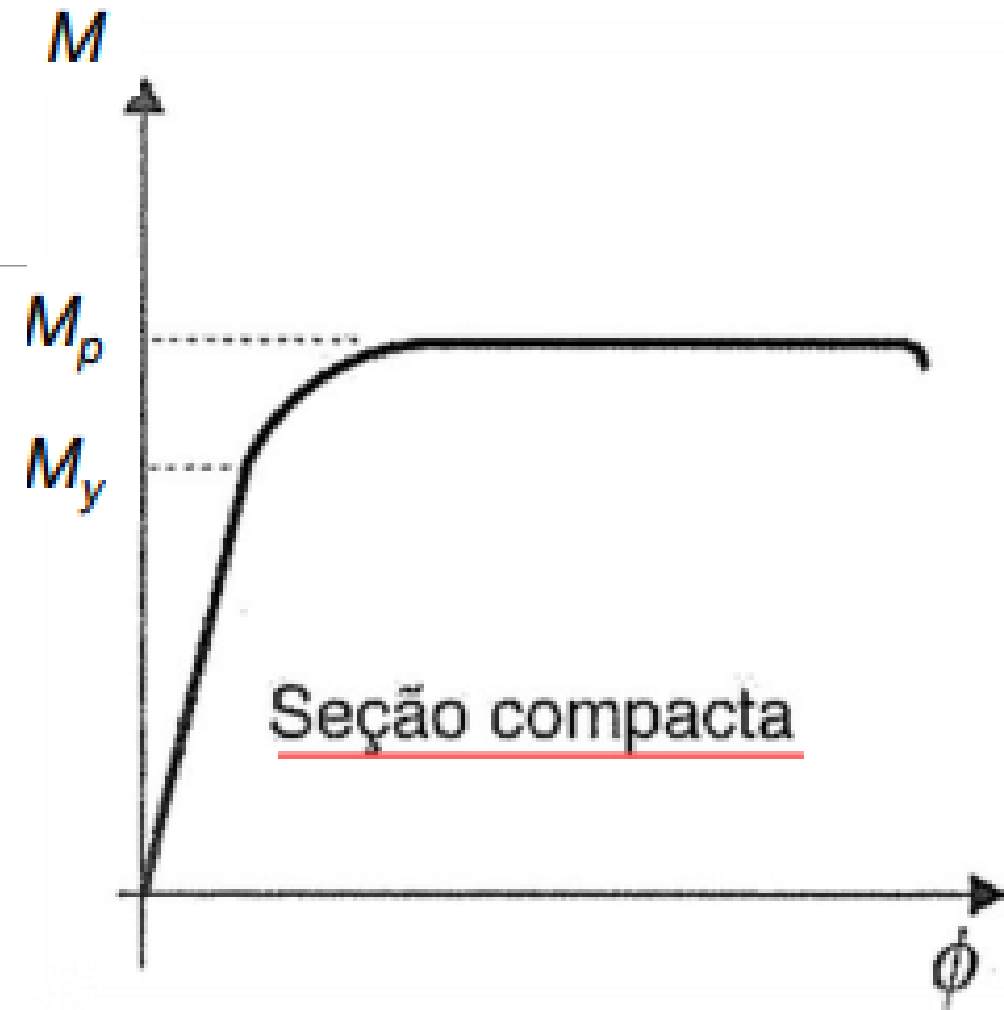
Sendo

$\lambda_p$  esbeltez de plastificação também chamada de esbeltez limite para mesas compactas, dada por:

$$\lambda_p = 0,38 * \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$E$  módulo de elasticidade do aço (200 ou 205 ou 210 GPa)

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil



$$\lambda \leq \lambda_p$$

# Mesa compacta

---

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

Como  $M_{pl} = Z_x * f_y$

$$M_{Rd} = \frac{Z_x * f_y}{\gamma_{a1}}$$

$M_{Rd}$  é o momento resistente de projeto da mesa

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil

$Z_x$  é o módulo plástico da seção transversal do perfil (tabelado)

$\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança para combinações normais no valor de 1,1 de acordo com NBR 8800/2008

# Mesa semicomcompacta

Quando  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

Sendo

$\lambda_r$  esbeltez limite para mesas semicomcompactas, dada por:

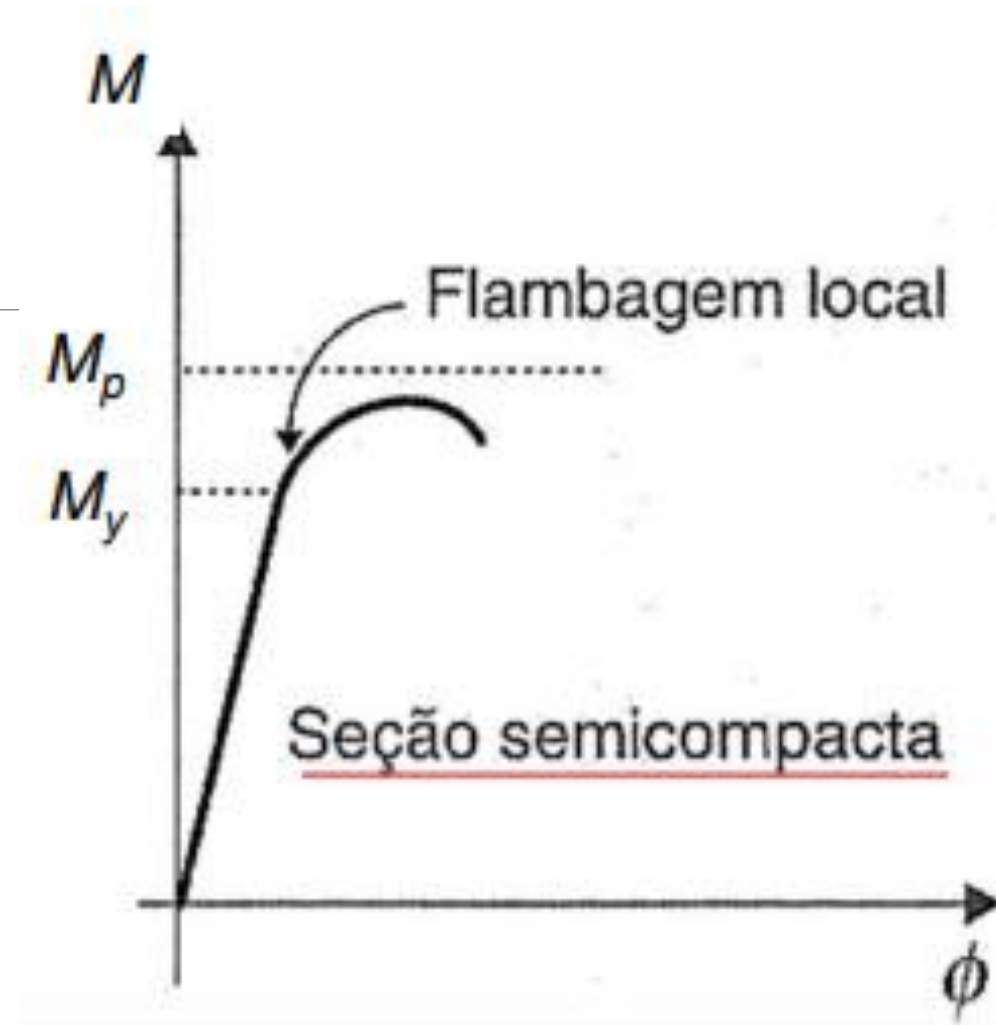
**Para perfis laminados**

$$\rightarrow \lambda_r = 0,83 * \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)}}$$

$\sigma_r$  tensão residual do aço igual a  $0,3 * f_y$

$E$  módulo de elasticidade do aço (200 ou 205 ou 210 GPa)

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil



$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

# Mesa semicompacta

Quando  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

Sendo

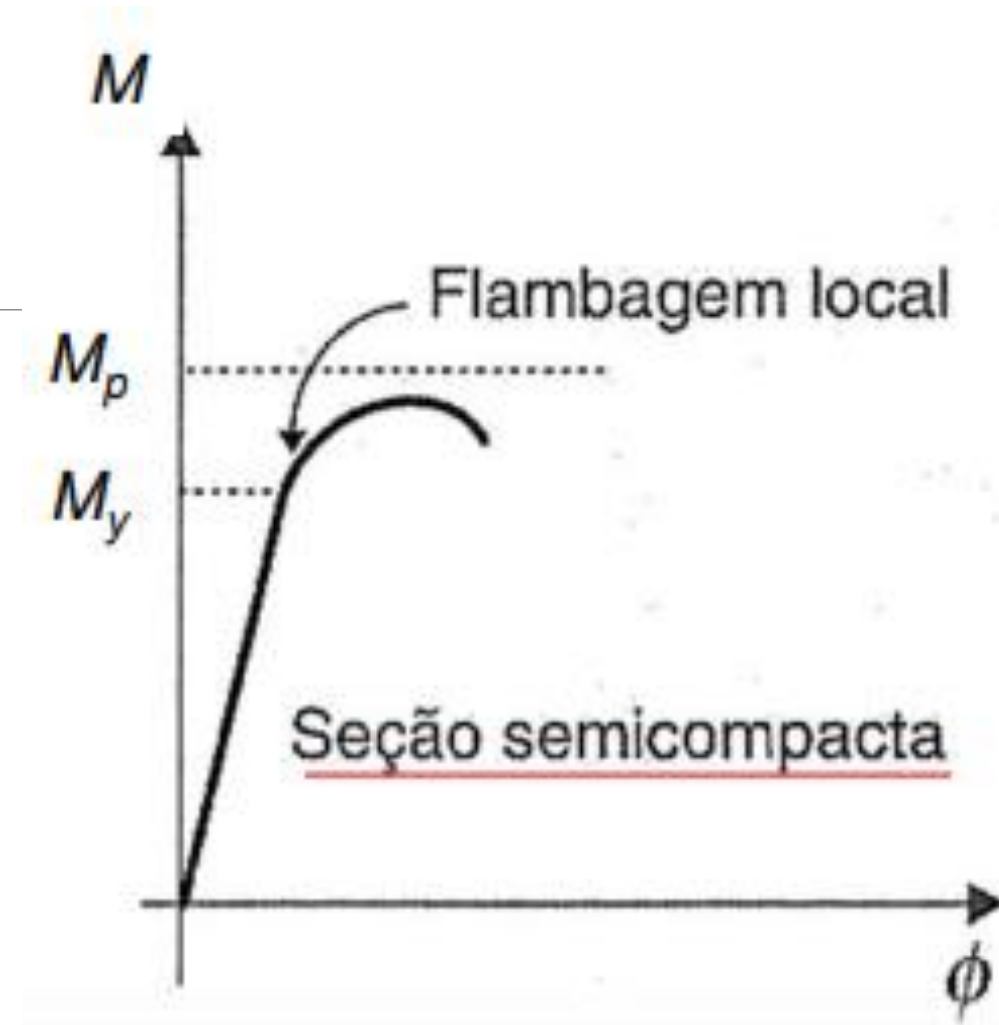
$\lambda_r$  esbeltez limite para mesas semicompactas, dada por:

**Para perfis soldados**

$$\rightarrow \lambda_r = 0,83 * \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)/k_c}}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{b_f}{t_f}}}$$

$$0,35 \leq k_c \leq 0,76$$



$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

# Mesa semicompacta

---

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} * \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) * \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$$M_r = W_x * (f_y - \sigma_r)$$

$$M_{pl} = Z_x * f_y$$

$M_{Rd}$  é o momento resistente de projeto da mesa

$Z_x$  é o módulo plástico da seção transversal do perfil com relação ao eixo x(tabelado)

$\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança para combinações normais no valor de 1,1 de acordo com NBR 8800/2008

$W_x$  módulo elástico da seção transversal do perfil com relação ao eixo x(tabelado)

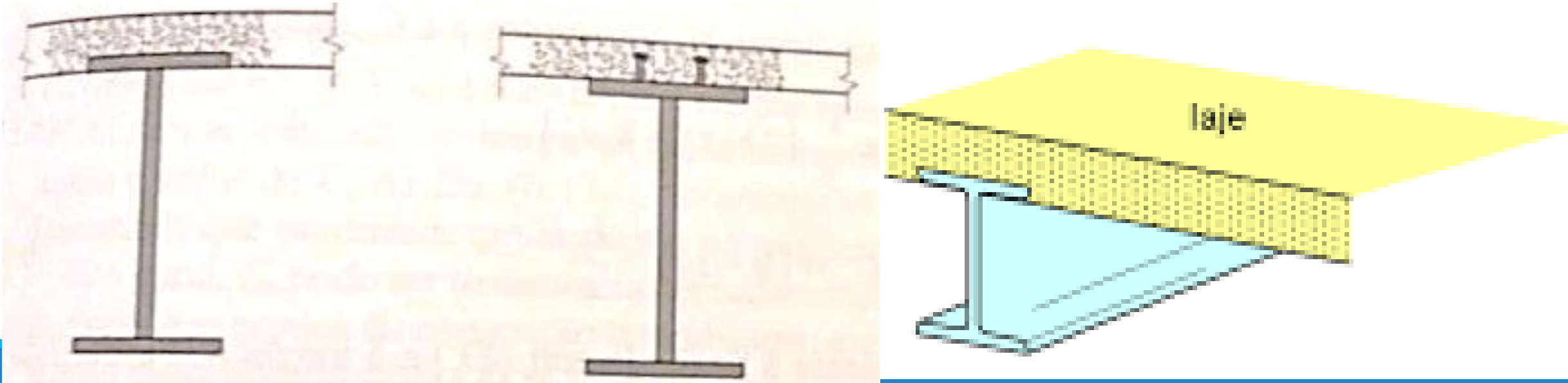
$\sigma_r$  Tensão residual, dada por:  $\sigma_r = 0,3 * f_y$

# Mesa semicomcompacta

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} * \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) * \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$C_b$  fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme (FLT somente), para vigas com contenção lateral contínua  $C_b = 1$

Mas quando uma viga tem contenção lateral contínua?



# Mesa esbelta

Quando  $\lambda > \lambda_r$

Sendo

$\lambda_r$  esbeltez limite para mesas semicompactas, dada por:

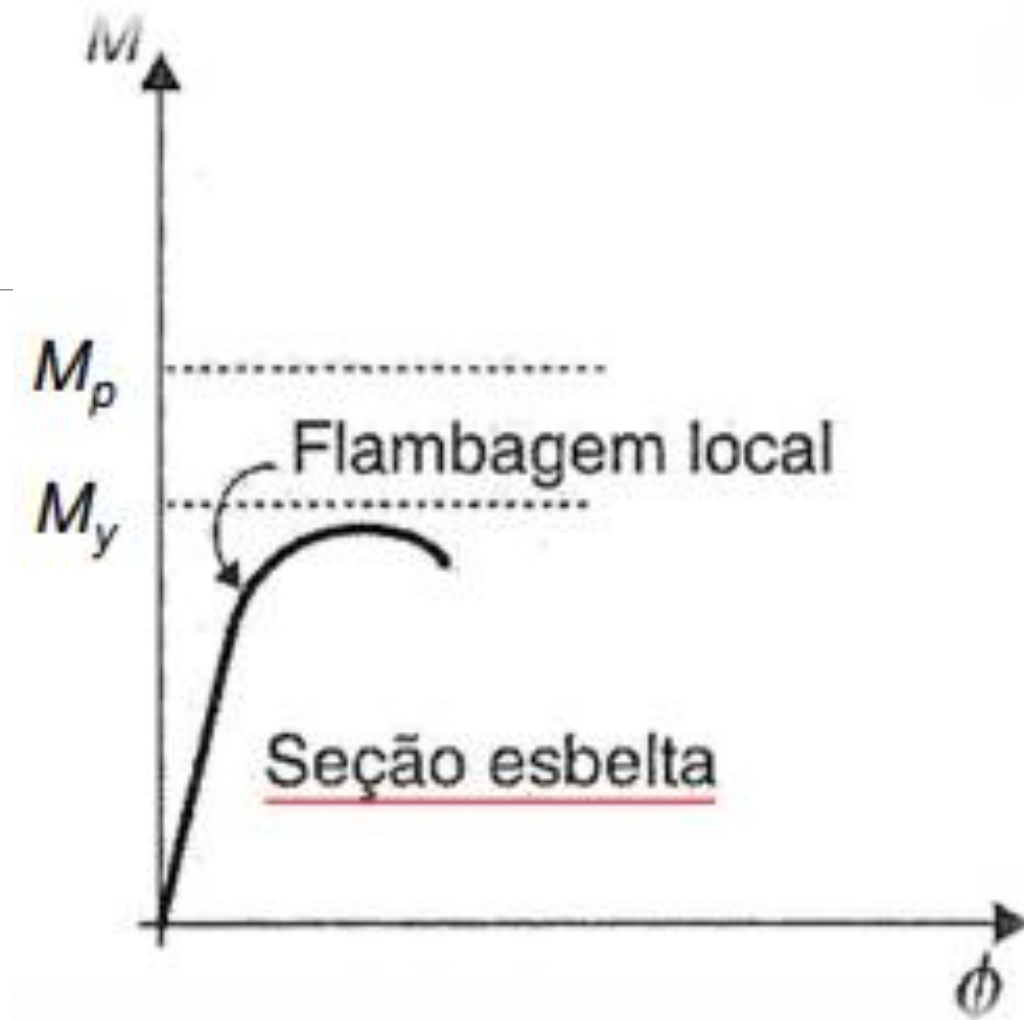
**Para perfis laminados**

$$\rightarrow \lambda_r = 0,83 * \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)}}$$

$\sigma_r$  tensão residual do aço igual a  $0,3 * f_y$

$E$  módulo de elasticidade do aço (200 ou 205 ou 210 GPa)

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil



$$\lambda > \lambda_r$$

# Mesa esbelta

Quando  $\lambda > \lambda_r$

Sendo

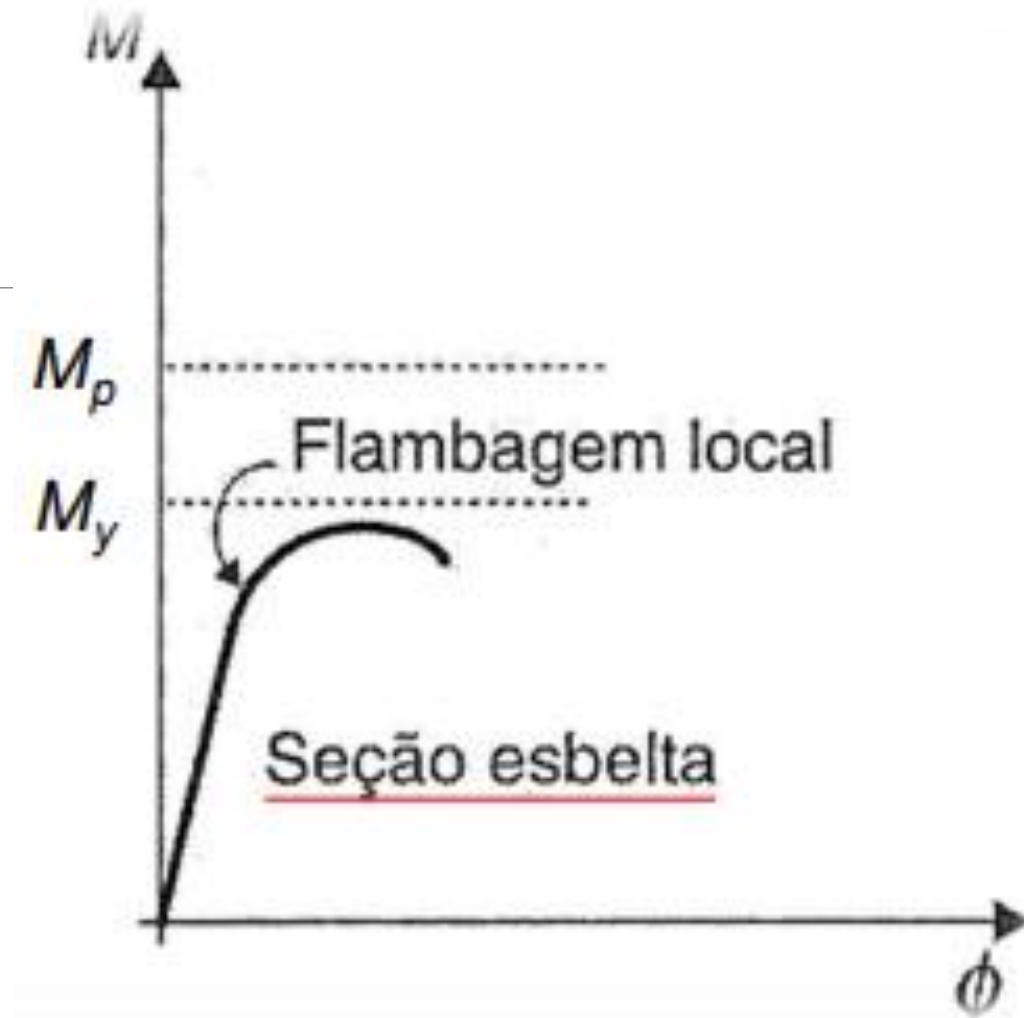
$\lambda_r$  esbeltez limite para mesas semicompactas, dada por:

**Para perfis soldados**

$$\rightarrow \lambda_r = 0,83 * \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)/k_c}}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{b_f}{t_f}}}$$

$$0,35 \leq k_c \leq 0,76$$



$$\lambda > \lambda_r$$

# Mesa esbelta

---

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

Como  $M_{cr} = W_x * f_y$

$$M_{Rd} = \frac{W_x * f_y}{\gamma_{a1}}$$

$M_{Rd}$  é o momento resistente de projeto da mesa

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil

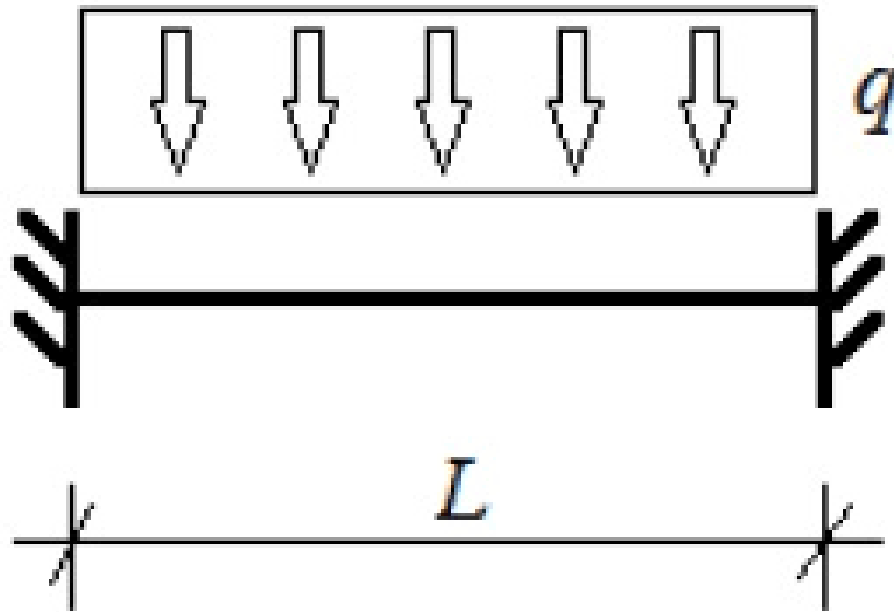
$W_x$  é o módulo elástico da seção transversal do perfil com relação a x (tabelado)

$\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança para combinações normais no valor de 1,1 de acordo com NBR 8800/2008

# Exemplo completão parte 1

---

Verificar a resistência de um perfil biengastado  $L=2500$  mm;  $f_d=5,78$  kN/m ou  $f_d=0,0578$  kN/cm  
perfil W 150 x 13, aço AR 345 ( $f_y=34,5$  kN/cm<sup>2</sup>). Considerar que a viga tem contenção lateral contínua.



# Resolução

---

**1: determinar o momento solicitante de projeto (unidades em kN e cm)**

**aço AR 345 ( $f_y=34,5 \text{ kN/cm}^2$ )**

$$M_{sd} = \frac{f_d \cdot l^2}{12}$$

$$M_{sd} = \frac{0,0578 \cdot 250^2}{12}$$

$$M_{sd} = 301,04 \text{ kN.cm}$$

$$M_{lim} = 1,5 \cdot W_x \cdot f_y / 1,1$$

$$M_{lim} = (1,5 \cdot 85,8 \cdot 34,5) / 1,1$$

$$M_{lim} = 4036,5 \text{ kN.cm} > 301,04 \text{ kN.cm} \rightarrow \text{ok!}$$

# Resolução

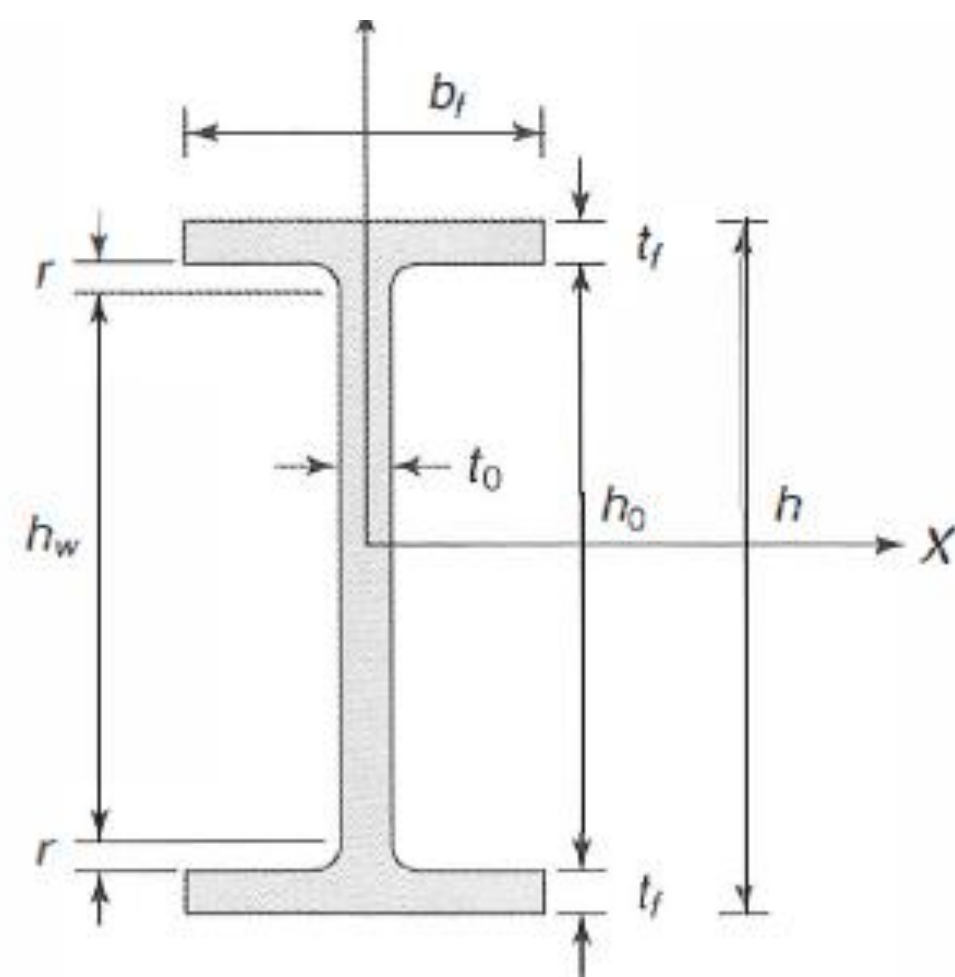
## Flambagem local de mesa (FLM)

### 2: determinar a esbeltez da mesa

$$\lambda = \frac{b_f}{2 \cdot t_f}$$

$$\lambda = \frac{100}{2 \cdot 4,9}$$

$$\lambda = 10,2$$



Perfil	Massa	Alt.	Área	Alma		Mesa		Eixo X-X			
				$t_0$	$h_0$	$t_f$	$b_f$	$I_x$	$W_x$	$i_x$	$Z_x$
	kg/m	mm	cm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
W 150 × 13,0	13,0	148	16,6	4,3	138	4,9	100	635	85,8	6,18	96,4

# Resolução

---

## Esbeltez de plastificação

Aço  $E=20000 \text{ kN/cm}^2$  e  $f_y=34,5 \text{ kN/cm}^2$

$$\lambda_p = 0,38 * \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_p = 0,38 * \sqrt{\frac{20000}{34,5}}$$

$$\lambda_p = 9,14 < 10,2 = \text{esbeltez da mesa}$$

Como a esbeltez da mesa do perfil W 150 x 13,0  $\rightarrow \lambda = 10,2$

$$\lambda = 10,2 > \lambda_p = 9,14$$

$\rightarrow$  mesa não é compacta

# Resolução

---

Para perfis laminados

$$\rightarrow \lambda_r = 0,83 * \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)}}$$

$\sigma_r$  tensão residual do aço igual a  $0,3 * f_y$

$$\lambda_r = 0,83 * \sqrt{\frac{20000}{(34,5 - (0,3 * 34,5))}}$$

$$\lambda_r = 23,85$$

Como a esbeltez da mesa do perfil W 150 x 13,0  $\rightarrow \lambda = 10,2$

$$\lambda = 10,2 < \lambda_r = 23,85$$

$\rightarrow$  mesa é semicompecta

# Resolução

---

determinar o momento de plastificação

$$M_{pl} = Z_x * f_y$$

$$M_{pl} = 96,4 * 34,5$$

$$M_{pl} = 3325,8 \text{ kN.cm}$$

Perfil	Massa	Alt.	Área	Alma		Mesa		Eixo X-X			
				$t_0$	$h_0$	$t_f$	$b_f$	$I_x$	$W_x$	$i_x$	$Z_x$
	kg/m	mm	cm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
W 150 × 13,0	13,0	148	16,6	4,3	138	4,9	100	635	85,8	6,18	96,4

# Resolução

determinar o momento associado a elementos semicompatos

$$M_r = W_x * (f_y - \sigma_r), \text{ sendo } (\sigma_r = 30\% f_y)$$

$$M_r = 85,8 * (34,5 - 0,3 * 34,5)$$

$$M_r = 2072,7 \text{ kN.cm}$$

Perfil	Massa	Alt.	Área	Alma		Mesa		Eixo X-X			
				$t_0$	$h_0$	$t_f$	$b_f$	$I_x$	$W_x$	$i_x$	$Z_x$
	kg/m	mm	cm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
W 150 × 13,0	13,0	148	16,6	4,3	138	4,9	100	635	85,8	6,18	96,4

# Resolução

---

Determinar momento resistente da mesa com relação à flambagem local da mesa

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} * \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) * \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

*Como a viga tem contenção lateral contínua*

$$\rightarrow C_b = 1$$

$$M_{rd} = \frac{1}{1,1} * \left[ 3325,8 - (3325,8 - 2072,07) * \frac{10,2 - 9,14}{23,85 - 9,14} \right]$$

$$M_{rd} = 2941,3 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd} = 301,04 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd} = 301,04 \text{ kN.cm} < M_{rd} = 2941,3 \text{ kN.cm}$$

$\rightarrow$  a **mesa** resiste ao momento solicitante de projeto

# Casos flambagem em vigas I sob flexão simples

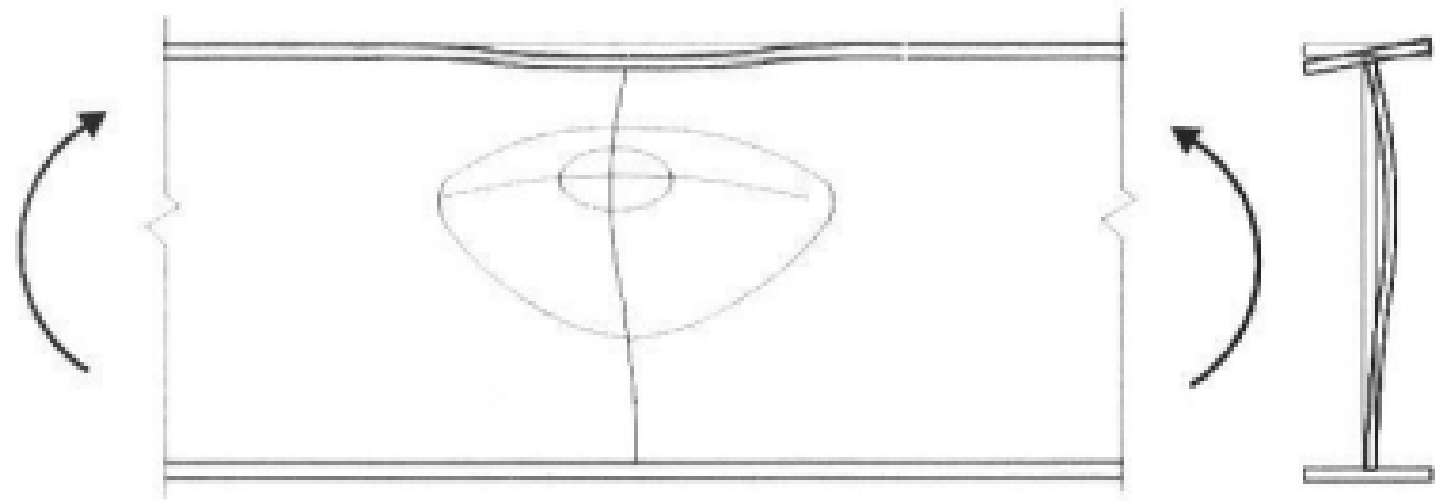
## Flambagem local de alma

Caracterizada pela “formação de rugas” na alma do perfil

$$\lambda = \frac{h_0}{t_0}$$

$h_0$  altura somente da alma

$t_0$  espessura da alma

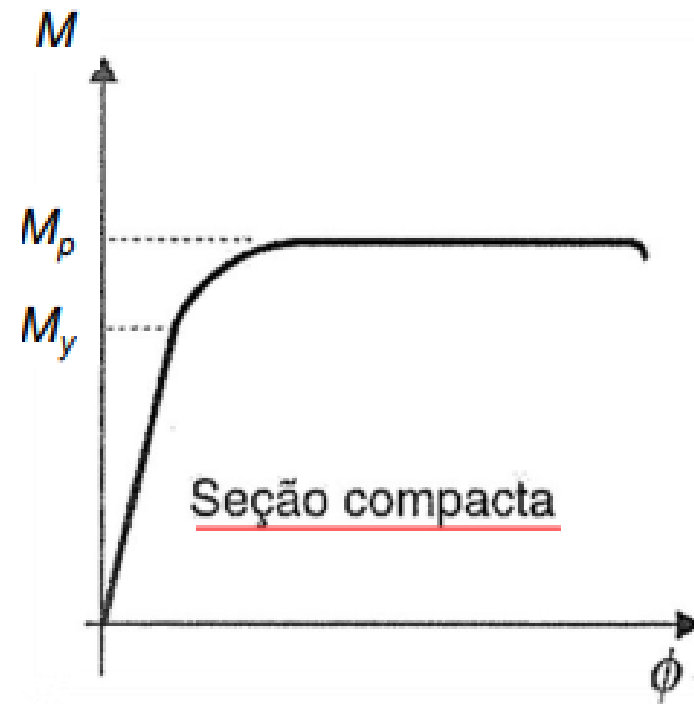


# Flambagem local de alma

Compacta  
( $\lambda \leq \lambda_p$ )

Semicompacta  
( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ )

Esbelta  
( $\lambda > \lambda_r$ )



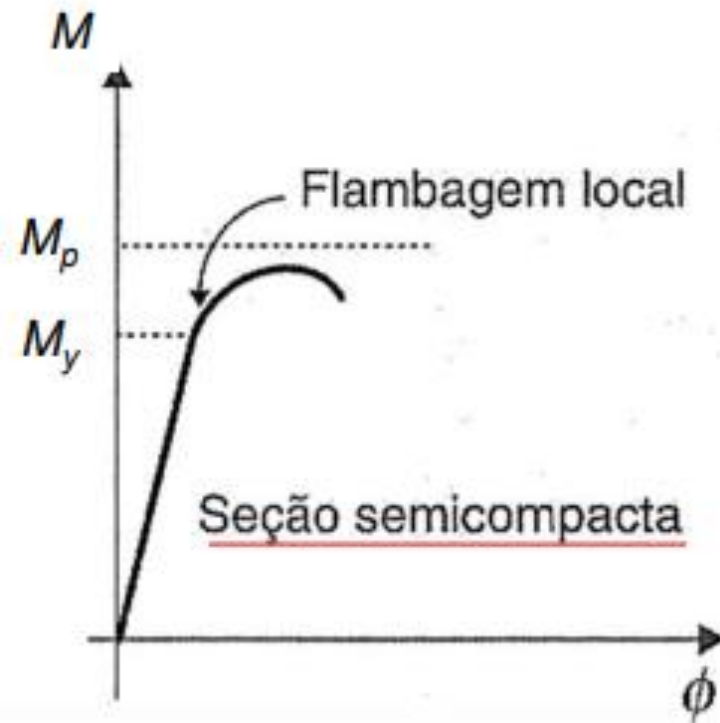
$$\lambda \leq \lambda_p$$

# Flambagem local de alma

Compacta  
( $\lambda \leq \lambda_p$ )

Semicompacta  
( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ )

Esbelta  
( $\lambda > \lambda_r$ )



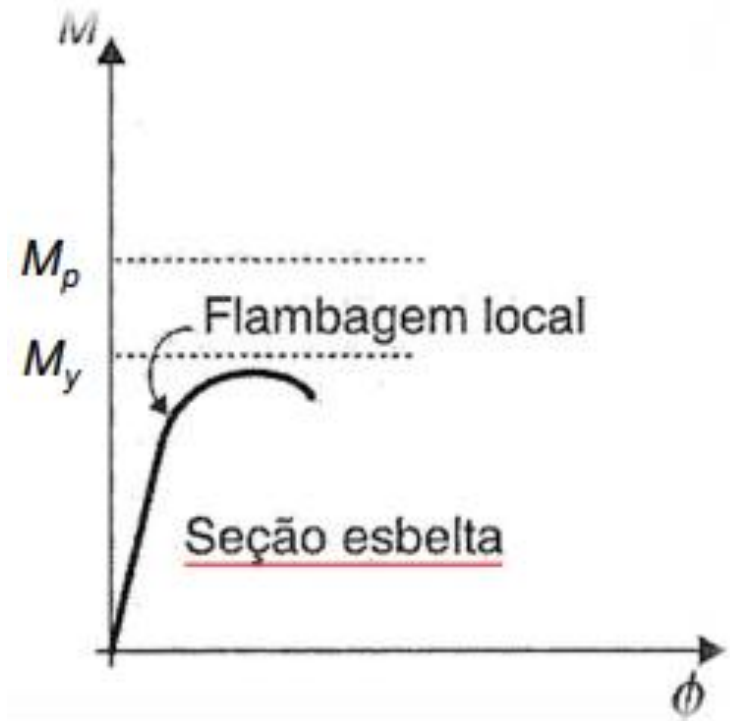
$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

# Flambagem local de alma

Compacta  
( $\lambda \leq \lambda_p$ )

Semicompacta  
( $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ )

Esbelta  
( $\lambda > \lambda_r$ )



$$\lambda > \lambda_r$$

# Alma compacta

Quando  $\lambda \leq \lambda_p$

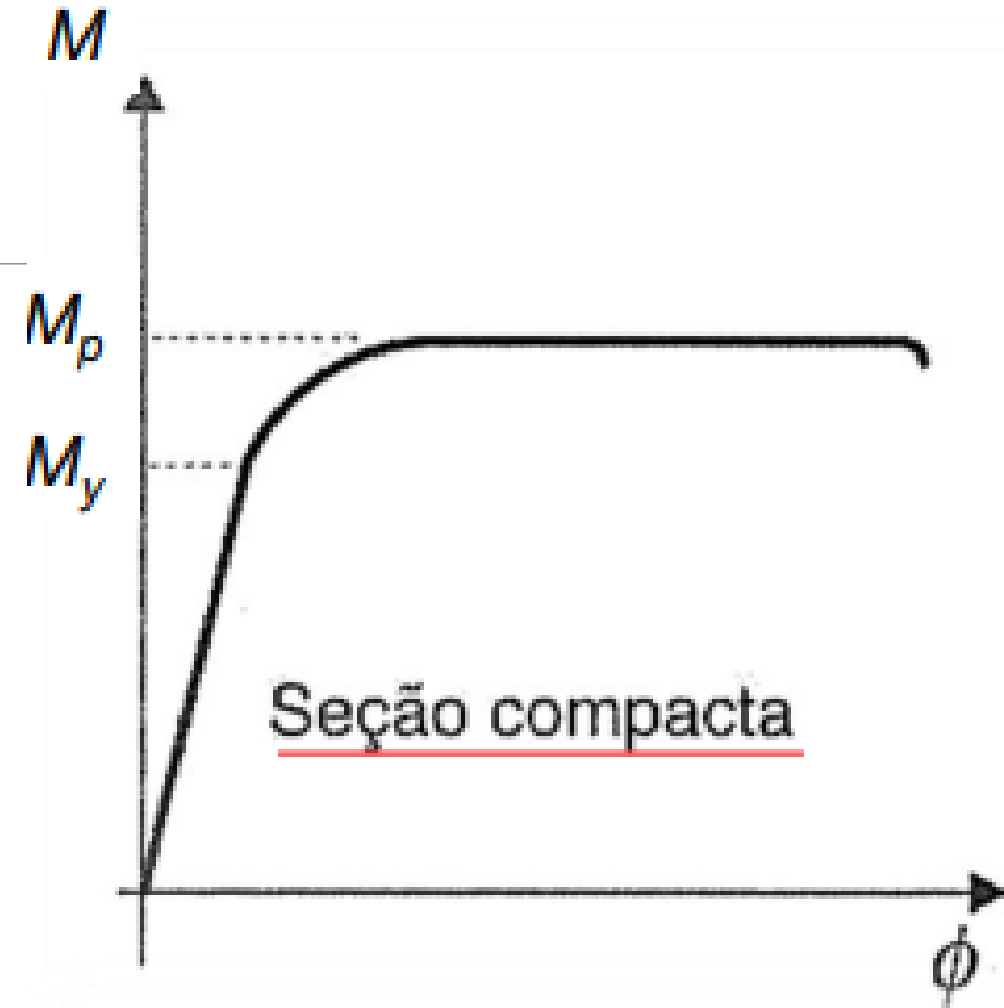
Sendo

$\lambda_p$  esbeltez de plastificação também chamada de esbeltez limite para mesas compactas, dada por:

$$\lambda_p = 3,76 * \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$E$  módulo de elasticidade do aço (200 ou 205 ou 210 GPa)

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil



$$\lambda \leq \lambda_p$$

# Alma compacta

---

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

Como  $M_{pl} = Z_x * f_y$

$$M_{Rd} = \frac{Z_x * f_y}{\gamma_{a1}}$$

$M_{Rd}$  é o momento resistente de projeto da mesa

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil

$Z_x$  é o módulo plástico da seção transversal do perfil (tabelado)

$\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança para combinações normais no valor de 1,1 de acordo com NBR 8800/2008

# Alma semicompacta

Quando  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

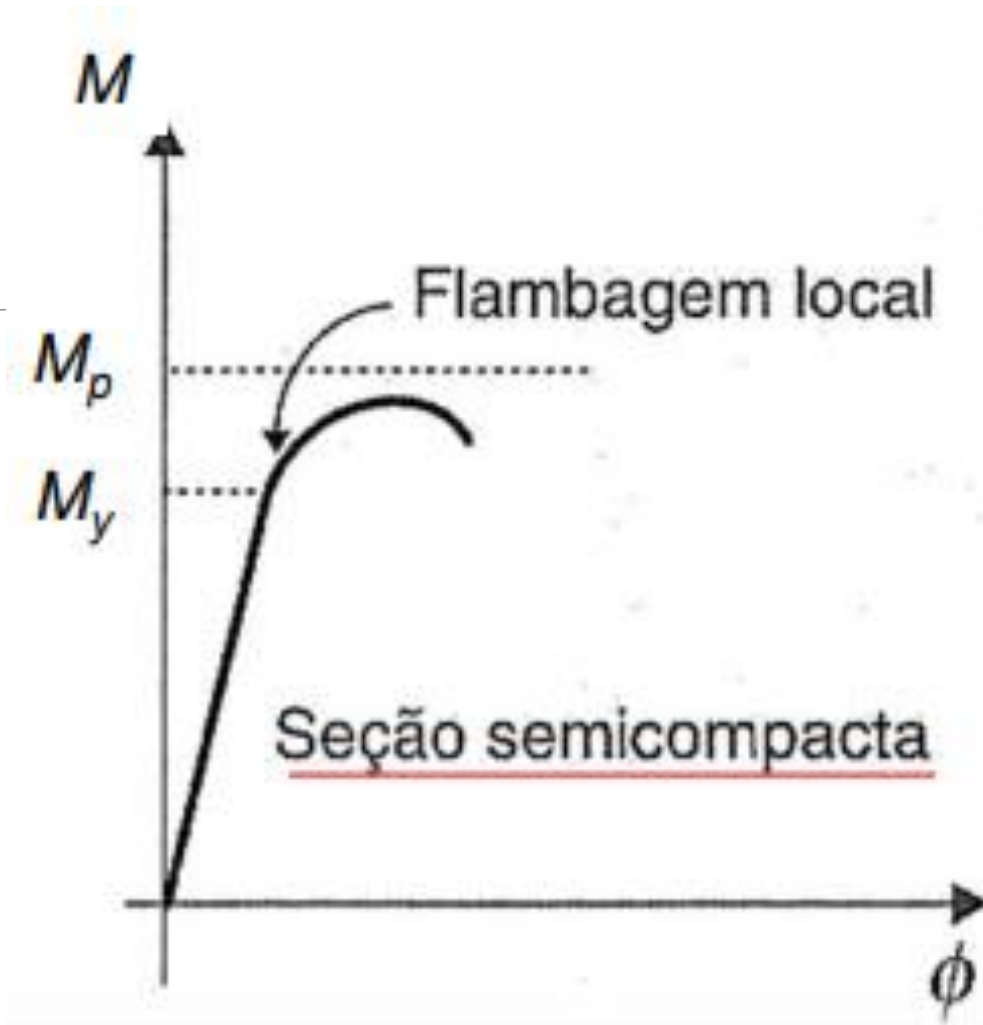
Sendo

$\lambda_r$  esbeltez limite para alma semicompacta, dada por:

$$\rightarrow \lambda_r = 5,70 * \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$E$  módulo de elasticidade do aço (200 ou 205 ou 210 GPa)

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil



$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

# Alma semicompacta

---

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} * \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) * \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$$M_r = W_x * f_y$$

$$M_{pl} = Z_x * f_y$$

$M_{Rd}$  é o momento resistente de projeto da mesa

$Z_x$  é o módulo plástico da seção transversal do perfil com relação ao eixo x (tabelado)

$\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança para combinações normais no valor de 1,1 de acordo com NBR 8800/2008

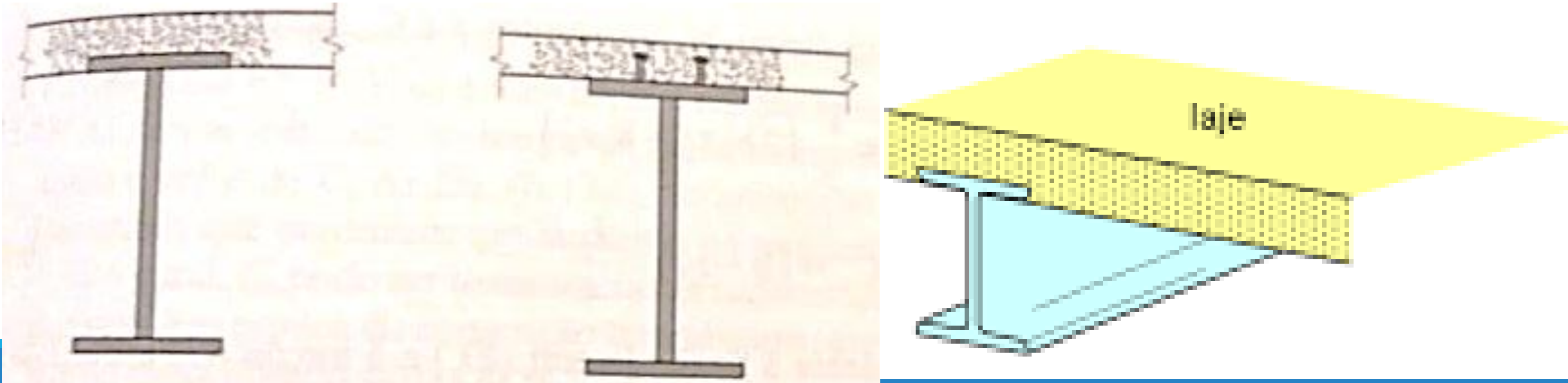
$W_x$  módulo elástico da seção transversal do perfil com relação ao eixo x (tabelado)

# Alma semicompacta

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} * \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) * \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$C_b$  fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme (FLT somente), para vigas com contenção lateral contínua  $C_b = 1$

Mas quando uma viga tem contenção lateral contínua?



# Alma esbelta

Quando  $\lambda > \lambda_r$

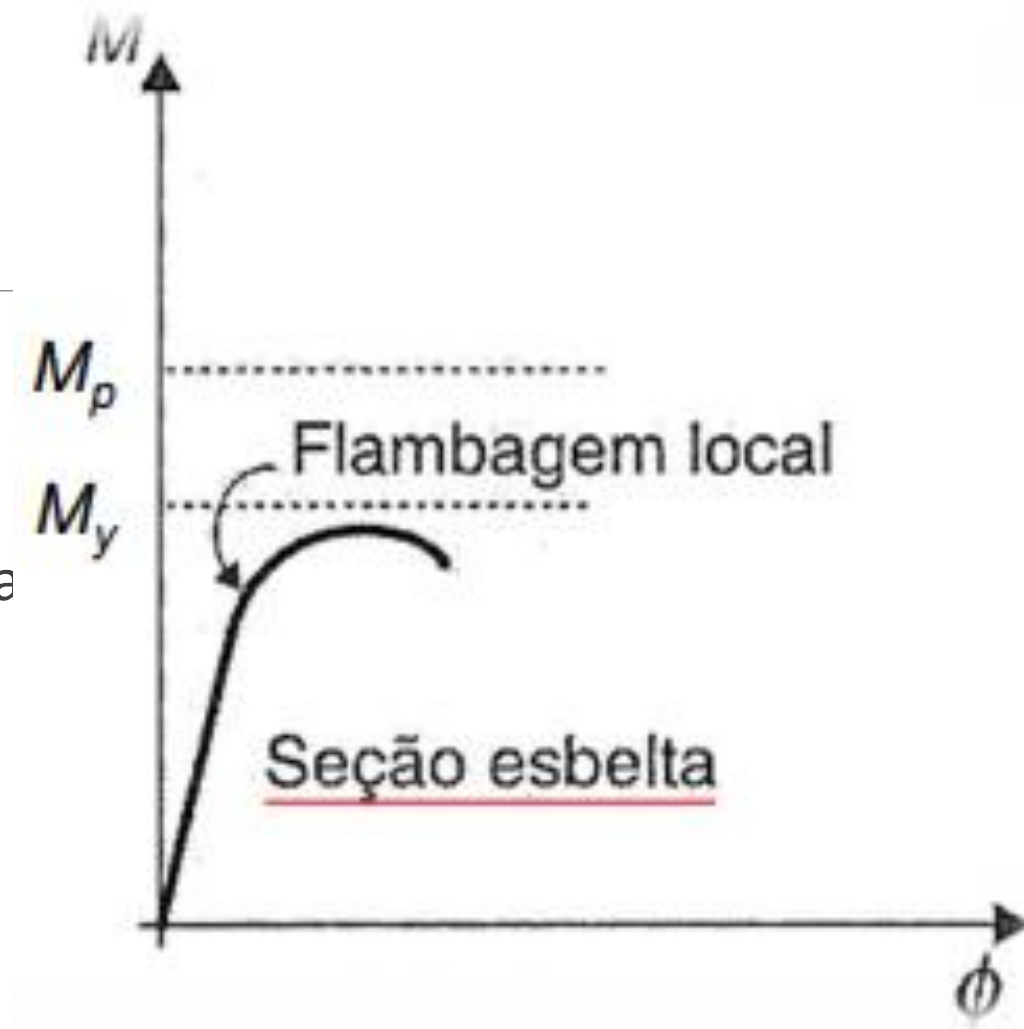
Sendo

$\lambda_r$  esbeltez limite para alma semicompacta, dada por:

$$\rightarrow \lambda_r = 5,70 * \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$E$  módulo de elasticidade do aço (200 ou 205 ou 210 GPa)

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil



$$\lambda > \lambda_r$$

# Alma esbelta

---

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

Como  $M_{cr} = W_x * f_y$

$$M_{Rd} = \frac{W_x * f_y}{\gamma_{a1}}$$

$M_{Rd}$  é o momento resistente de projeto da mesa

$f_y$  tensão de escoamento do aço do perfil

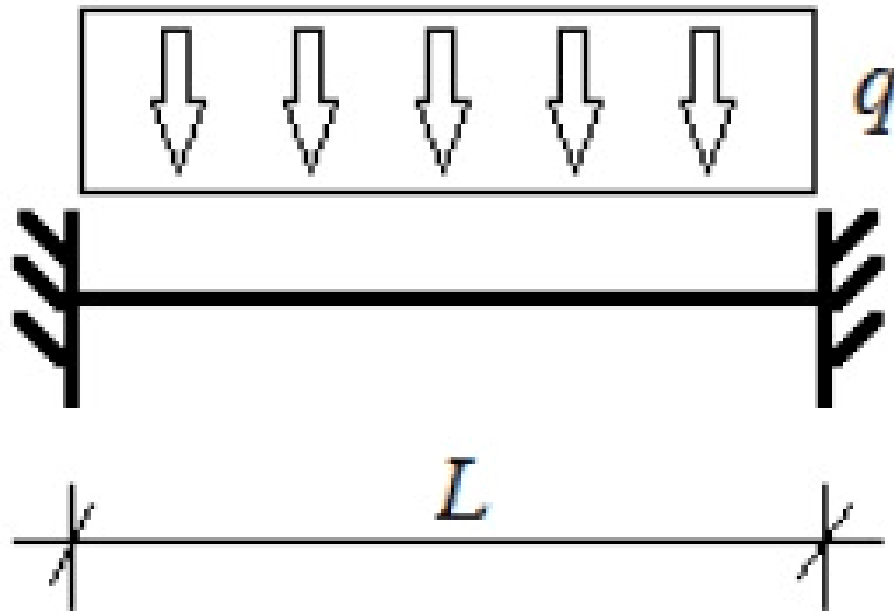
$W_x$  é o módulo elástico da seção transversal do perfil com relação a x (tabelado)

$\gamma_{a1}$  coeficiente de segurança para combinações normais no valor de 1,1 de acordo com NBR 8800/2008

# Exemplo completão parte 2

---

Verificar a resistência de um perfil biengastado  $L=2500$  mm;  $f_d=5,78\text{kN/m}$  ou  $f_d=0,0578$  kN/cm  
perfil W 150 x 13, aço AR 350 ( $f_y=34,5$  kN/cm<sup>2</sup>). Considerar que a viga tem contenção lateral contínua.



# Resolução

Flambagem local de alma (FLA)

determinar a esbeltez da alma

$$\lambda = \frac{h_0}{t_0}$$
$$\lambda = \frac{138}{4,3}$$
$$\lambda = 32,09$$

Perfil	Massa	Alt.	Área	Alma		Mesa		Eixo X-X			
				$t_0$	$h_0$	$t_f$	$b_f$	$I_x$	$W_x$	$i_x$	$Z_x$
	kg/m	mm	cm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
W 150 × 13,0	13,0	148	16,6	4,3	138	4,9	100	635	85,8	6,18	96,4

# Resolução

---

Esbeltez de plastificação

$$\lambda_p = 3,76 * \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_p = 3,76 * \sqrt{\frac{20000}{34,5}}$$
$$\lambda_p = 90,53$$

Esbeltez da alma  $\lambda = 32,09$

$$\lambda = 32,09 < \lambda_p = 90,53$$

→ Alma é compacta!!!!

# Resolução

---

determinar o momento resistente de projeto

$$M_{rd} = \frac{M_{pl}}{1,1}$$

$$M_{rd} = \frac{Z_x * f_y}{1,1}$$

$$M_{rd} = \frac{96,4 * 34,5}{1,1}$$

$$M_{rd} = 3023,45 \text{ kN.cm}$$

$$M_{rd} = 3023,45 \text{ kN.cm} > M_{sd} = 301,04 \text{ kN.cm}$$

→ A alma resiste ao momento solicitante de projeto

# Exemplo 2

---

Determinar o momento resistente dos perfis

VS 1000x140 em aço **MR250**